אם f חח"ע בסביבת , , אזי תהיה גזירה ב ו

## 2) ,

## 3) ,

*למצוא את המשיק לגרף של ב*

## פתרון

באופן כללי המשיק לגרף של ב מוגדר ע"י

*למצוא בקרוב*

*אם מספיק קטן. נבחר*

אם f גזירה בסביבה שלמה של והנגזרת גזירה אף היא ב נגדיר

באופן אינדוקטיבי אם הנגזרות קיימות בסביבת ו גזירה ב אף היא, נגדיר

# דוגמאות

## (1)

## (2)

## (3)

נניח שקיימות (ואז קיימות גם הנגזרות מסדר ב).

# משפט(פרמה Fermat)

תהי f מוגדרת ב ונניח ש:

1. לכל
2. f גזירה ב

אזי

## הערה

המשפט נשאר נכון אם נחליף א) בא') לכל

# הוכחה

אם אזי . אם אזי . לכן סה"כ כלומר .

# משפט רול(Rolle)

תהי f רציפה ב וגזירה ב. אם אזי קיימת כך ש.

## הוכחה

אם f קבועה אין מה להוכיח, אז נניח שf אינה קבועה. אזי או f מקבלת ערך מקסימלי השונה מ, או היא מקבלת ערך מינימלי השונה מ(או שניהם). נגיד שהערך המינימלי שf מקבלת שונה מ. אזי קיימת כך שעבור , . ע"פ משפט פרמה

# הערה

תהי f רציפה ב. אזי הערך המקסימלי שf מקבלת בקטע מתקבל בקבוצה באשר , ,

# משפט הערך הממוצע(גירסת לגרנג')

תהי f רציפה ב וגזירה ב. אזי קיימת כך ש

## הוכחה

תהי . אזי *F רציפה ב וגזירה ב בנוסף לכך*  לכן ע"פ משפט רול קיים כך ש:

נסתכל על סביבה מימין של נקודה:

# משפט

תהי f רציפה בקטע I ונניח שf גזירה בI ונגזרתה חסומה בI. אזי f רציפה במ"ש בI.

## הוכחה

אם , אזי קיים כך שואפשר לקחת תהיינה אשר תהיינה.

## דוגמה

הפונקציה רציפה במ"ש על . אמנם ו עבור

## דוגמה נוספת

הפונקציה רציפה במ"ש על . רציפה *ב ולכן רציפה במ"ש שם. הנגזרת של הינה ופונקציה זו מקיימת עבור . לכן רציפה במ"ש גם על*

# משפט

אם ב אזי f עולה בקטע

אם ב אזי f לא יורדת בקטע

אם ב אזי f יורדת בקטע

אם ב אזי f לא עו בקטע

## הוכחה

ע"פ משפט לגרנג' קיימת כך ש

## הערה

התנאי צריך להתקיים **בכל** הקטע.

### דוגמה

פונקציה גזירה ב כך ש אבל f אינה עולה בשום סביבה של :

אבל בגלל הסינוס יש קטעים בהם הפונקציה עולה ויש קטעים בהם הפונקציה יורדת בכל סביבה של 0.